$f(n) = O(g(n))$ $\quad f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$

$\exists\, k, c' : \forall n > k \quad f(n) \le c' \cdot g(n)$

$f(n) = \Omega(g(n))$

$\exists\, k, c' : \forall n > k \quad f(n) \ge c' \cdot g(n)$

$f(n) = \Theta(g(n))$ αν $f(n) = O(g(n))$ & $f(n) = \Omega(g(n))$

Ιαν 31-11:08 πμ

$2n^3 + n^2 - 1 = O(n^3)$

$c' = 4, \quad k = 1$

$2n^3 + n^2 - 1 \le 2n^3 + n^3 + n^3$

$\forall n > 1$

$2n^3 \le 2n^3$ ✓

$n^2 \le n^3$ — $1 \le n$

$-1 \le n^3$ ✓

Ιαν 31-11:21 πμ

$2n^3 + n^2 - 1 \le 2n^3 + n^3 + n^3$

$4n^3$

$\forall n > 1$

$2n^3 + n^2 - 1 \le 4n^3$

Άρα $2n^3 + n^2 - 1 = O(n^3)$

Ιαν 31-11:27 πμ

$n^3 = O(2n^3 + n^2 - 1)$

$n^3 \le c' (2n^3 + n^2 - 1)$

Έστω $c' = 1$. Έχω

$n^3 \le 2n^3 + n^2 - 1$

$\Leftrightarrow n^3 + n^2 - 1 \ge 0$

$n^2(n+1) \ge 1$

Έστω $k = 2$ παραπάνω $\forall n > 2$

$n^2 > 1$

$(n+1) > 1$

Επομένως $n^2(n+1) \ge 1$

Παράλληλα για $c = 1$, $k = 2$ ισχύει $n^3 \le c(2n^3 + n^2 - 1)$

Τελικά $2n^3 + n^2 - 1 = \Theta(n^3)$

Ιαν 31-11:28 πμ

$f(n) = O(g(n))$

$\exists\, k, c' \ \forall n > k \quad f(n) \le c' \cdot g(n)$

αρνηση

$\forall k, c' \ \exists n > k \quad f(n) > c' \cdot g(n)$

Ιαν 31-11:35 πμ

$n^3 = O(n + n^2)$

Δεν ισχύει!

Έστω c', k.

Θδ.ο. για κάποιο $n > k$

$n^3 > c' \cdot (n + n^2)$

$n > \frac{c'}{n} + c$

Έστω $\boxed{n = \max\{k+1, 2c'+1\}}$

$2c' + 1 > \frac{c'}{n} + c'$

$c' + 1 > \frac{c}{n}$

$nc' + n > c$

$\Leftrightarrow (n-1)c' + n > 0$ ισχύει

Επομένως για κάθε c, k υπάρχει $n > k$ έτσι ώστε $n^3 > c'(n^2 + n)$ $\Rightarrow n^3 \ne O(n+n^2)$

Ιαν 31-11:38 πμ

$$f(n) = O(g(n))$$

αν

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$$

$\exists\, A\ (\in \mathbb{R})$

$\forall \varepsilon > 0\ \exists K\ \forall n > K$

$$\left|\frac{f(n)}{g(n)} - A\right| \le \varepsilon$$

$$-\varepsilon \le \frac{f(n)}{g(n)} - A \le \varepsilon$$

ε, $\mathbb{N}$, $\mathbb{R}^+$

$$A-\varepsilon \le \frac{f(n)}{g(n)} \le A+\varepsilon$$

$$(A-\varepsilon)g(n) \le f(n) \le (A+\varepsilon)g(n)$$

Εστω $c_1 = 2A$, $\varepsilon = A$

για τα παραπάνω $\forall n > K$ $f(n) \le 2A\,g(n)$

Άρα $f(n) = O(g(n))$

Ιαν 31-11:56 πμ

$$n \ge 2\lceil c \rceil + 1$$

$$2\lceil c \rceil + 1 \ge 2c + 1$$

Τωρα θ.δ.ο.

$$2c + 1 \ge \frac{c}{n} + c$$

$$\Leftrightarrow c + 1 \ge \frac{c}{n}$$

$$\Leftrightarrow cn + n \ge c \Leftarrow \underbrace{c(n-1)}_{\ge 0} + \underbrace{n}_{\ge 1} \ge 0$$

Ιαν 31-12:08 μμ

$$2n^3 + 3n^2 - 5 = O(n^3)$$

αρκεί

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3+3n^2-5}{n^3} < \infty$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(2 + \cancel{\frac{3}{n}}^{\to 0} - \cancel{\frac{5}{n^3}}^{\to 0}\right) = 2$$

Ιαν 31-12:16 μμ

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3+3n^2-5}{n^3}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{6n^2+6n}{3n^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{12n+6}{6n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{12}{6} = 2$$

Ιαν 31-12:21 μμ

$$f(n) = \Omega(g(n))$$

αν

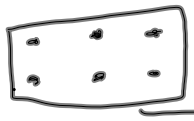
$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0$$

$f(n) = \Theta(g(n))$ αν

$$0 < \lim \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$$

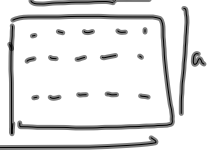
Ιαν 31-12:23 μμ

6



a

a^2



a

$2 \mid 6$

5

Ιαν 31-12:31 μμ

39

$2 \ldots 6 = \lfloor \sqrt{39} \rfloor$

$\frac{39}{3} = 13$

$2 \ldots \lfloor \sqrt{13} \rfloor = 3$

Ιαν 31-12:37 μμ

Επειγον ⇒ αριθμος 2ο 4ο γραφτα εαν αριθμοι

(2+4) mod 3 ⇐

Ιαν 31-12:57 μμ